

חדר 1

פרק 27 - שימושי האינטגרל המסוים (נפח-שטח מעטפת)

תוכן העניינים

- | | |
|---|----------------------------------|
| 1 | . חישוב נפח גוף-סיבוב..... |
| 4 | . חישוב שטח מעטפת גוף-סיבוב..... |
| 5 | . חישוב נפח גוף כללי..... |

חישוב נפח גוף-סיבוב

שאלות

1) השטח הכלוא בין גרף הפונקציות $y = x^2$ ו- $y = 2x$ מסתובב סביב ציר ה- x .

חשבו את נפח הגוף המתתקבל בשתי דרכים:

- א. שיטת הדיסקאות (cavalieri).
- ב. שיטת הקלייפות בגליליות.

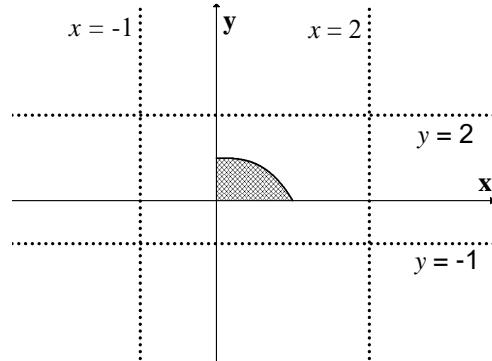
2) השטח הכלוא בין גרף הפונקציות $y = x^2$ ו- $y = 2x$ מסתובב סביב ציר ה- y .

חשבו את נפח הגוף המתתקבל בשתי דרכים:

- א. שיטת הדיסקאות (cavalieri).
- ב. שיטת הקלייפות בגליליות.

השטח הכלוא בין גרף הפונקציה $f(x) = 1 - x^3$ והצירים, מסתובב סביב ציר קלשחו.

מצאו את נפח הגוף המתתקבל בכלל מקרה בשאלות 3-8:



3) ציר ה- x .

4) הישר $y = -1$.

5) הישר $y = 2$.

6) ציר ה- y .

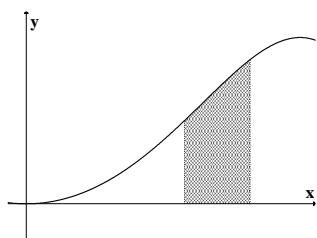
7) הישר $x = -1$.

8) הישר $x = 2$.

9) נחו ווכיחו את הנוסחה לחישוב נפח גליל.

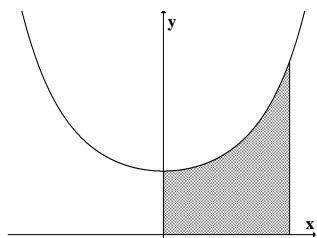
10) נחו ווכיחו את הנוסחה לחישוב נפח חרוט.

11) נחו ווכיחו את הנוסחה לחישוב נפח כדור.



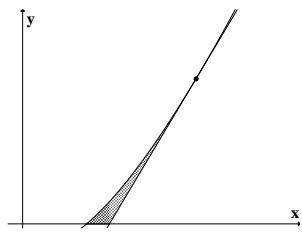
12) השטח הכלוא בין גраф הפונקציה $y = \sin(x^2)$

והישרים $x = \sqrt{\frac{\pi}{6}}$, $x = \sqrt{\frac{\pi}{3}}$, $y = 0$
מסתובב סביב ציר ה- y .
מהו נפח הגוף המתתקבל?



13) השטח הכלוא בין גراف הפונקציה $y = e^{x^2}$

והישרים $y = 0$, $x = 0$, $x = 1$, $y = 0$
מסתובב סביב ציר ה- x .
מהו נפח הגוף המתתקבל?



14) השטח הכלוא בין גראף הפונקציה $f(x) = x \ln x$

, המשיק לגרף בנקודה (e, e) וציר ה- x .
מסתובב סביב ציר ה- x .
מהו נפח הגוף המתתקבל?

15) השטח הכלוא בין הגרפים של $f(x) = x^2$, $f(x) = 2x + 8$, $x = 0$

מסתובב סביב ישר $x = 4$.

מצאו את נפח הגוף הסיבוב שמתתקבל.

תשובות סופיות

$$\frac{64}{15}\pi \text{ ב. } \quad \frac{64}{15}\pi \text{ א. } \mathbf{(1)}$$

$$\frac{8}{3}\pi \text{ ב. } \quad \frac{8}{3}\pi \text{ א. } \mathbf{(2)}$$

$$\frac{9\pi}{14} \mathbf{(3)}$$

$$\frac{15\pi}{7} \mathbf{(4)}$$

$$\frac{33\pi}{14} \mathbf{(5)}$$

$$\frac{3\pi}{5} \mathbf{(6)}$$

$$2.1\pi \mathbf{(7)}$$

$$\frac{12\pi}{5} \mathbf{(8)}$$

$$V = \pi R^2 \cdot H \mathbf{(9)}$$

$$V = \frac{\pi R^2 \cdot H}{3} \mathbf{(10)}$$

$$V = \frac{4}{3}\pi R^3 \mathbf{(11)}$$

$$\frac{\pi}{2}(\sqrt{3}-1) \mathbf{(12)}$$

$$\pi(e-1) \mathbf{(13)}$$

$$\frac{e^3-4}{54}\pi \mathbf{(14)}$$

$$128\pi \mathbf{(15)}$$

חישוב שטח מעטפת של גוף-סיבוב

שאלות

1) הפונקציה $y = \sqrt{4 - x^2}$, עבור $-1 \leq x \leq 1$, מסתובבת סביב ציר ה- x . מהו שטח המעטפת של הגוף שנוצר?

2) נסחו והוכחו את הנוסחה לחישוב שטח מעטפת של חרוט.

3) נסחו והוכחו את הנוסחה לחישוב שטח מעטפת של כדור.

4) הפונקציה $x = \sqrt{9 - y^2}$, עבור $-3 \leq y \leq 3$, מסתובבת סביב ציר ה- y . מהו שטח המעטפת של הגוף שנוצר?

תשובות סופיות

$$8\pi \quad (1)$$

$$S = \pi R \sqrt{H^2 + R^2} \quad (2)$$

$$S = 4\pi R^2 \quad (3)$$

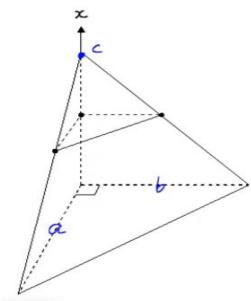
$$24\pi \quad (4)$$

чисוב נפח גוף כללי

שאלות

1) מצאו נוסחה לחישוב נפח פירמידה ישרה, אשר גובהה h ובסיסה הוא ריבוע שאורך צלעו a .

2) חשבו את נפח של פירמידה, שבבסיסה הוא משולש ישר זווית (ראו איור).



תשובות סופיות

$$V = \frac{a^2 h}{3} \quad (1)$$

$$\frac{abc}{6} \quad (2)$$